EXERCICE 1 DES SATELLITES POUR MIEUX CONNAÎTRE LES OCÉANS.

L'altimétrie par satellite est aujourd'hui l'un des outils les plus précieux pour l'océanographie. À bord du satellite est embarqué un radar. Il mesure avec une précision remarquable (environ 2 cm) la hauteur des océans.

On étudie, dans cet exercice, les mouvements de deux satellites altimétriques.

Fruit d'une collaboration internationale entre les États-Unis et l'Europe, Jason-CS/Sentinel-6 (figure 1), est le dernier né des satellites altimétriques.

Conçu pour mesurer la hauteur des océans avec une précision de l'ordre du cm, il se déplace à une vitesse proche de $2{,}59 \times 10^{4}$ km·h^{-1} sur une orbite circulaire, à une altitude h = 1 336 km, et repasse tous les dix jours au-dessus du même point.

Figure 1: Satellite Jason-CS/Sentinel-6

La masse du satellite Jason-CS/Sentinel-6 est égale à m_S = 1 440 kg.

Données :

- masse de la Terre : $M_T = 5{,}97 \times 10^{24}$ kg ;
- rayon terrestre : $R_T = 6{,}38 \times 10^{3}$ km ;
- constante de gravitation universelle : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^{3}·kg^{-1}·s^{-2}

Q1. Donner, l'expression de la force gravitationnelle qui s'applique au satellite Jason-CS/Sentinel-6 dans le repère de Frenet associé. Représenter, sans souci d'échelle, cette force et le repère de Frenet sur le document de l'**ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q2. Montrer que, dans un référentiel judicieusement choisi, le mouvement du satellite considéré est circulaire uniforme.

Q3. Établir l'expression du vecteur vitesse du satellite. Le représenter, sans souci d'échelle, sur le document de l'**ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q4. Déterminer le nombre de fois que le satellite parcourt son orbite avant de repasser au-dessus du même point.

Le candidat est invité à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti.

Topex-Poséidon a été le premier satellite d'altimétrie de précision réalisé par la NASA et le CNES. Lancé le 10 août 1992, les 2 400 kg du satellite ont été placés sur une orbite circulaire à 1 336 km du sol. Il a fourni des données jusqu'en 2005.

Q5. Comparer la vitesse du satellite Topex-Poséidon à celle du satellite Jason-CS/Sentinel-6. Justifier simplement votre réponse, sans calculs.

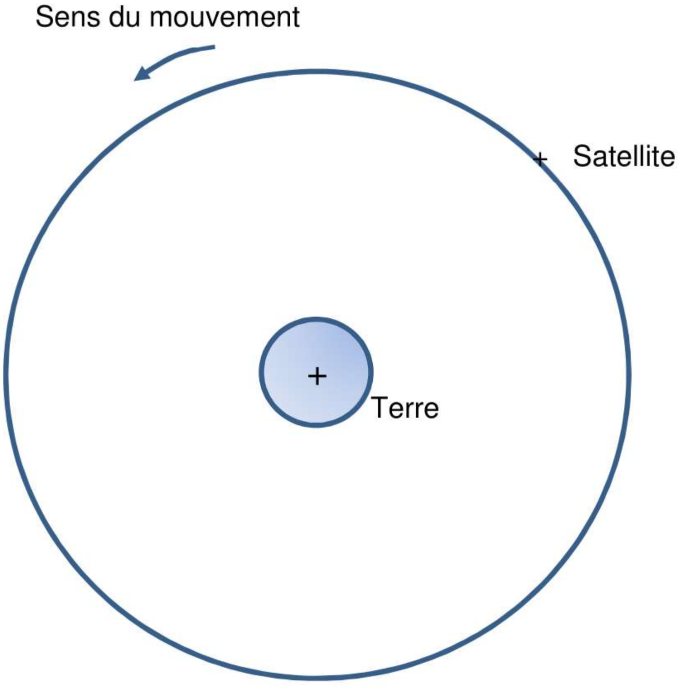
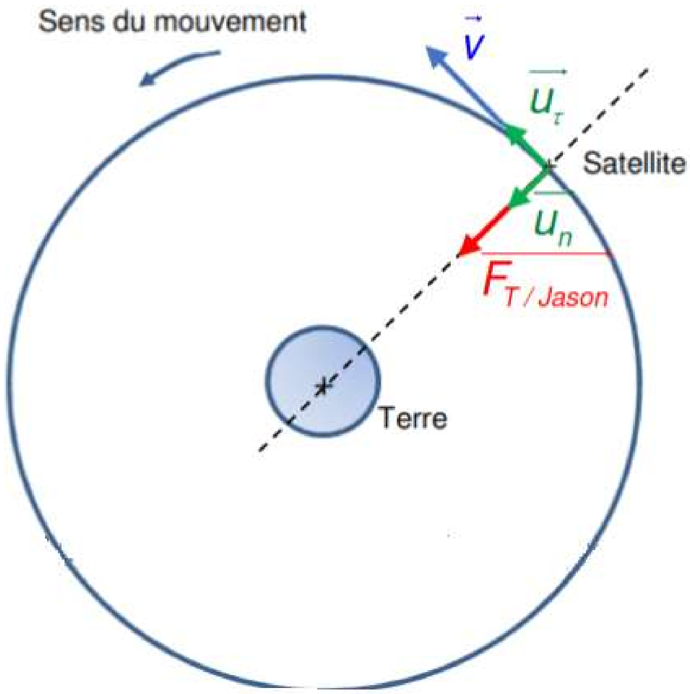


Schéma de l'orbite du satellite Jason-CS/Sentinel-6 autour de la Terre (échelle non respectée)

CORRECTION

Q1.



Q2. le système d'étude est le satellite, on se place dans référentiel géocentrique supposé galiléen la seule force est la force gravitationnelle.

On applique la deuxième loi de Newton :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext}} = m_{satellite}\vec{a}$$

$$\overrightarrow{F_{A/B}} = \overrightarrow{F_G} = m_{satellite}\vec{a}$$

$$-G\frac{m_{Terre}\cancel{m_{satellite}}}{(R_T+h)^2}\vec{u} = \cancel{m_{satellite}}\vec{a}$$

l'accélération est centripète et radiale, le mouvement est donc circulaire

$$\vec{a} = -G\frac{m_{Terre}}{(R_T+h)^2}\vec{u} \rightarrow \vec{a} = G\frac{m_{Terre}}{(R_T+h)^2}\vec{n}$$

uniforme

Q3. dans un mouvement circulaire uniforme

$$\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T+h)}\vec{n}$$

$$\vec{a} = G\frac{m_{Terre}}{(R_T+h)^2}\cancel{\vec{n}} = \frac{v^2}{(R_T+h)}\cancel{\vec{n}}$$

$$\frac{v^2}{(R_T+h)} = G\frac{m_{Terre}}{(R_T+h)^2}$$

$$v^2 = \frac{G\,m_{Terre} \times (R_T+h)}{(R_T+h)^2}$$

$$v^2 = \frac{G\,m_{Terre}}{(R_T+h)}$$

$$v = \sqrt{\frac{G\,m_{Terre}}{(R_T+h)}}$$

Q4. $$v = \frac{périmètre}{durée\ tour} = \frac{2\pi(R_T+h)}{T} = \sqrt{\frac{G\,m_{Terre}}{(R_T+h)}}$$

Q5. d représente la distance maximale parcourue par le satellite en 10 jours

$$v=\frac{d}{\Delta t}\rightarrow d=v\times\Delta t=\frac{2{,}59\times10^{4}}{3{,}6}\times10\times24\times3600=6{,}2\times10^{9}\,m$$

L la distance parcourue par le satellite en une révolution

$$L=2\,\pi(R_T+h)=2\,\pi(6{,}38\times10^{3}\times10^{3}+1336\times10^{3})=4{,}8\times10^{7}\,m$$

$$\begin{array}{l}1\,revolution\rightarrow L\\ N\,revolution\rightarrow d\end{array}\qquad N=\frac{d\times1}{L}=\frac{6{,}2\times10^{9}}{4{,}8\times10^{7}}=128\,révolutions$$

Q6. La vitesse est indépendante de la masse du satellite. Comme les satellites sont situés à la même altitude, ils auront la même vitesse de révolution.